中２　教 p10～25

式と計算

[Q] 単項式、多項式とは？	優先1

[A]

数学では、「単項式」や「多項式」という言葉が、当たり前のように出てきます。

● 単項式 … 数字だけ、文字だけ、かけ算だけの式

(例) $1,\ 2x,\ -3ab,\ -m^2n^3$　など

● 多項式 … 単項式の足し算や引き算の形の式

(例) $2a+3b,\ -x+4y-5,\ m^2-2n^3$　など

見極められるように、慣れていきましょう！

[例] 次の式は単項式か多項式か、答えよう。

(1) $3x-2y$　(2) $4abc$

(3) $-5xy^3$　(4) $6a^2-7b+8$

[解答]

(1) **多項式**　(2) **単項式**

(3) **単項式**　(4) **多項式**

＊ かけ算のカタマリを見つけよう。

授業動画		質問メモ	

[Q] 次数、係数とは？	優先1

[A]

「次数」と「係数」という言葉も大切です。

$$\underbrace{2}_{\text{係数}}\underbrace{a^3b^4}_{\text{次数}}$$

● 次数 … かけられている文字の個数

(例) $2x$の次数は 1, $-3ab$の次数は 2,

$-m^2n^3$の次数は 5,

● 係数 … 文字の前についてる数字

(例) $2x$の係数は 2, $-3ab$の係数は-3,

$-m^2n^3$の係数は-1

これもシッカリ、慣れておきましょう！

[例] 次の単項式の次数と係数を答えよう。

(1) $4abc$　(2) $-5xy^3$

[解答]

(1) **次数は 3、係数は 4**

(2) **次数は 4、係数は−5**

＊ 次数と係数の意味を考えよう。

授業動画		質問メモ	

[Q] 多項式の項とは？	優先1

[A]

多項式を作っている１つ１つの単項式を、項といいます。

$$\underbrace{☆}_{\text{項}}\ \underbrace{+\ △}_{\text{項}}\ \underbrace{-\ □}_{\text{項}}$$

(例)

$2a+3b$の項は、$\boldsymbol{2a}$と$\boldsymbol{3b}$。

$-x+4y^2-5$の項は、$\boldsymbol{-x}$と$\boldsymbol{4y^2}$と$\boldsymbol{-5}$

「前の＋や－」もセットにすることが大切です。

[例] 多項式$-a^2+2a^3b-4b$において、項とその係数を答えよう。

[解答]

項は　$\boldsymbol{-a^2,\ 2a^3b,\ -4b}$

$-a^2$の係数$\boldsymbol{-1}$,　$2a^3b$の係数$\boldsymbol{2}$,　$4b$の係数$\boldsymbol{-4}$

＊ 前の＋や－を忘れないようにしよう。

授業動画		質問メモ	

[Q] 多項式の次数を求めるには？　優先(ゆうせん)1

[A]

☆ ＋ △ - □

次数を比べて
1番を取る

　次数は、「かけられている文字の個数」のことでした。では、多項式の次数はどのように求めればいいでしょうか？決まりがあります。

　多項式の次数は、「それぞれの項の次数を比べて、一番大きいもの」にします。

(例)　m^2-2n^3の次数は…

　m^2の次数は 2、$-2n^3$の次数は 3 なので、

　m^2-2n^3の次数は 3。

　また次数が 3 である多項式を「3 次式」といいます。次数が 5 の多項式なら「5 次式」です。

[例]　次の多項式は何次式か答えよう。

(1)　$2a+3b$　　　(2)　$-a^2+2a^3b-4b$

[解答]

(1)　$2a$の次数は 1、$3b$の次数は 1 なので、

　$2a+3b$の次数は 1。よって **1 次式。**

(2)　$-a^2$の次数は 2、$2a^3b$の次数は 4、$-4b$の次数は 1 なので、$-a^2+2a^3b-4b$の次数は 4。

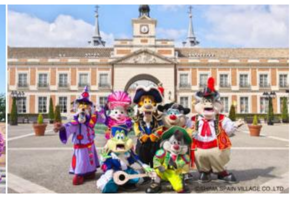
　よって **4 次式。**

＊　それぞれの項で、次数の競争。

授業動画		質問メモ	

[Q] 同類項(どうるいこう)をまとめるとは？　優先(ゆうせん)1

[A]

　多項式において、文字の部分が同じ項のことを「同類項」といいます。

(例 1)　$a+2b+3a-4b$　において、同類項は…

　aと$3a$、$2b$と$-4b$

(例 2)　$-x^2-3x+5x^2-7x$　において、同類項は…

　$-x^2$と$5x^2$、$-3x$と$-7x$

　そして同類項は、数字の部分の計算でまとめられることがメチャクチャ大切です。

(例)

$$2a+3b+4a-b=2a+4a+3b-b=\mathbf{6a+2b}$$

　この計算に、シッカリ慣れていきましょう！

[例]　次の式の同類項をまとめて簡単にしよう。

(1)　$-2x+4y+6x-8y$

(2)　$3a-5a^2+a-10a^2$

[解答]

(1)　(与式)$=-2x+6x+4y-8y=\mathbf{4x-4y}$

(2)　(与式)$=-5a^2-10a^2+3a+a=\mathbf{-15a^2+4a}$

＊　同類項を見つけて、数字の部分を計算

授業動画		質問メモ	

[Q] なぜ同類項はまとめられる？　優先(ゆうせん)3

[A]

　同類項が、数字の部分の計算でまとめられるのは、分配法則の逆を使っているからです。

(例 1)　$a+3a=(1+3)a=4a$

(例 2)　$2b-4b=(2-4)b=-2b$

気になる場合は、授業動画をご覧下さい。

授業動画		質問メモ	

[Q] 多項式の加法や減法は？	優先1

[A]

多項式どうしの加法(たし算)や減法(ひき算)は、どうすればいいでしょうか？まずカッコのはずし方がポイントになります。

中１でやりましたが、再確認しておきましょう。かけ算と同じで同符号はプラス、異符号はマイナスでカッコがはずれました。

- $A+(B-C)=A+B-C$
- $A+(-B+C)=A-B+C$
- $A-(B-C)=A-B+C$
- $A-(-B+C)=A+B-C$

これができれば、あとは同類項をまとめるだけです。やっぱり慣れですね！

[例] 次の計算をしよう。

(1) $(2a+5b)+(-4a+b)$

(2) $(9x-2y)-(8x-3y)$

(3) $-(x^2+5x-3)+(3x^2-4x-4)$

[解答]

(1) (与式)$=2a+5b-4a+b=\boldsymbol{-2a+6b}$

(2) (与式)$=9x-2y-8x+3y=\boldsymbol{x+y}$

(3) (与式)$=-x^2-5x+3+3x^2-4x-4$

$=\boldsymbol{2x^2-9x-1}$

＊ カッコをはずして、同類項を整理しよう。

授業動画		質問メモ	

[Q] 多項式の筆算は？	優先1

[A]

多項式どうしの足し算や引き算の筆算では、縦で見て、同類項をまとめればよい。

(例)
$$\begin{array}{r} x+2y \\ +)\ 3x-4y \\ \hline 4x-2y \end{array} \qquad \begin{array}{r} x+2y \\ -)\ 3x-4y \\ \hline -2x+6y \end{array}$$

[例] 次の計算をしよう。

(1)
$$\begin{array}{r} 9x-2y \\ +)\ 8x-3y \\ \hline \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 2a+5b \\ -)\ -4a+b \\ \hline \end{array}$$

[解答]

(1) $\boldsymbol{17x-5y}$　　(2) $\boldsymbol{6a+4b}$

＊ 縦で見て、同類項をまとめよう。

授業動画		質問メモ	

[復習] 累乗とは？指数とは？	優先1

[A]

2×2×2×2×2 のように、「同じ数を何個かかけ算したものを、累乗」といいます。

指数

$$\underbrace{2^5=2\times2\times2\times2\times2}_{\text{累乗}}$$

そしてこの例のように、「2 を 5 回かける」など累乗を、かけ算の形でそのまま表現しようとすると、とても長くなりますよね。

そこで、短く表現する方法が作られました。「2 を 5 回かけることを、2^5」のように表します。「2 の 5 乗」と読みます。

また、「何個かけたか？」を表す部分を、指数といいます。「2^5 の指数は、5」です。

[例] 次の指数を答えよう。また、計算をしよう。

(1) 3^4＝　　(2) 4^3＝

[解答]

(1) 3^4＝3×3×3×3 の意味なので、

指数は 4，計算結果は 81

(2) 4^3＝4×4×4 の意味なので、

指数は 3，計算結果は 64

＊ 3^4＝12 など、間違えないよう気を付けよう！

授業動画		質問メモ	

[Q] 累乗(るいじょう)の指数法則とは？	優先(ゆうせん)1

[A]

累乗の計算では、次の指数法則が成り立ちます。一見ややこしいですが、「文字を何個かけているか？」を考えれば、納得(なっとく)しやすいです。

● $a^2\times a^3=a^{2+3}=a^5$

＊ $a^2\times a^3$は、aを 2 個とaを 3 個をかけているので、全部でaを 5 個かけている。

● $(a^2)^3=a^{2\times3}=a^6$

＊ $(a^2)^3$は、$a^2\times a^2\times a^2$なので、全部でaを 6 個かけている。

● $(ab)^2=a^2b^2$

＊ $(ab)^2$は、$ab\times ab$なので、

$a\times b\times a\times b=a\times a\times b\times b=a^2b^2$となる。

● $(a^2b^3)^4=(a^2)^4\times(b^3)^4=a^8b^{12}$

＊ $(a^2b^3)^4$は、a^2b^3を 4 回かけている。

この計算に慣れましょう！

[例] 次の計算をしよう。

(1) $x^5\times x^4$　(2) $(x^3)^4$

(3) $(xy)^3$　(4) $(x^4y^3)^2$

[解答]

(1) $\boldsymbol{x^9}$　(2) $\boldsymbol{x^{12}}$

(3) $\boldsymbol{x^3y^3}$　(4) $\boldsymbol{x^8y^6}$

＊ 「文字を何個かけているか？」で、指数法則を思いだそう。

授業動画		質問メモ	

[Q] 単項式の乗法(かけ算)は？	優先(ゆうせん)1

[A]

単項式どうしのかけ算は、数字は数字、文字は文字で計算します。

(例 1) $5x\times3y=5\times3\times x\times y=\boldsymbol{15xy}$

(例 2) $2ab^2\times(-4a^3b^4)=2\times(-4)\times ab^2\times a^3b^4$
$=\boldsymbol{-8a^4b^6}$

この計算に慣れて行きましょう！

[例] 次の計算をしよう。

(1) $6a\times7b$

(2) $-5xy^4\times2x^3y^2$

(3) $(-a^2b)^4\times(-4ab^2)^3$

[解答]

(1) $\boldsymbol{42ab}$

(2) $\boldsymbol{-10x^4y^6}$

(3) (与式)$=a^8b^4\times(-64a^3b^6)=\boldsymbol{-64a^{11}b^{10}}$

＊ 累乗を先に計算する。

授業動画		質問メモ	

[Q] 単項式の除法(わり算)は？	優先(ゆうせん)1

[A]

単項式どうしのわり算は、分数のかけ算に直す。

(例 1) $9xy\div\frac{3}{2}y=9xy\times\frac{2}{3y}=\frac{9xy\times2}{3y}=\boldsymbol{6x}$

＊ $\div\frac{3}{2}y$は$\div\frac{3y}{2}$なので、$\times\frac{2}{3y}$にできる。

(例 2) $-6a^5\div2a^3=-6a^5\times\frac{1}{2a^3}=-\frac{6a^5}{2a^3}=\boldsymbol{-3a^2}$

＊ $\div2a^3$は$\div\frac{2a^3}{1}$なので、$\times\frac{1}{2a^3}$にできる。

この計算に慣れて行きましょう！

[例] 次の計算をしよう。

(1) $16ab\div\frac{4}{3}a$

(2) $12x^5\div(-4x^2)$

(3) $(-\frac{2}{3}xy^2)^2\div(-\frac{1}{2}x^2y)^3$

[解答]

(1) (与式)$= 16ab \times \frac{3}{4a} = \mathbf{12b}$

(2) (与式)$= -12x^5 \times \frac{1}{4x^2} = \mathbf{-3x^3}$

(3) (与式)$= \frac{4}{9}x^2y^4 \div \left(-\frac{1}{8}x^6y^3\right)$

$$= -\frac{4}{9}x^2y^4 \times \frac{8}{x^6y^3} = -\frac{\mathbf{32y}}{\mathbf{9x^4}}$$

＊ 累乗を先に、それから正負の判断して計算。

授業動画		質問メモ	

[Q] 単項式の乗法と除法がまじる計算は？ 優先(ゆうせん)1

[A]

単項式どうしのかけ算とわり算の混じる計算は、わり算を分数のかけ算に直します。

(例) $2xy \times 3y \div 4x = 2xy \times 3y \times \frac{1}{4x} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\mathbf{y^2}$

＊ $\div 4x$は$\div \frac{4x}{1}$なので、$\times \frac{1}{4x}$にできる。

この計算に慣れて行きましょう！

[例] 次の計算をしよう。

(1) $4ab \div 6a \times 5b$

(2) $a^3 \div (-a)^4 \times (-a)^5$

(3) $-18ab^2 \div \frac{2}{9}a^3b \div 3ab$

[解答]

(1) (与式)$= 4ab \times \frac{1}{6a} \times 5b = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}}\mathbf{b^2}$

(2) (与式)$= a^3 \div a^4 \times (-a^5) = a^3 \times \frac{1}{a^4} \times (-a^5)$

$= \mathbf{-a^4}$

(3) (与式)$= -18ab^2 \times \frac{9}{2a^3b} \times \frac{1}{3ab} = -\frac{\mathbf{27}}{\mathbf{a^3}}$

＊ 累乗を先に、それから正負の判断して計算。

授業動画		質問メモ	

[Q] 数×多項式の計算は？ 優先(ゆうせん)1

[A]

数×多項式の足し算や引き算では、分配法則でカッコを外して、同類項をまとめます。

(例) $2(3x-4y)-5(6x-7y)$

$= 6x - 8y - 30x + 35y$

$= \underline{\mathbf{-24x + 27y}}$

−(マイナス)の分配でミスしないように注意さえすれば、簡単ですね！

[例] 次の計算をしよう。

(1) $4(-2a+5b)-2(-5a+3b)$

(2) $-9(8x-7y)+6(5x-4y)$

[解答]

(1) (与式)$= -8a + 20b + 10a - 6b = \mathbf{2a + 14b}$

(2) (与式)$= -72x + 63y + 30x - 24y$

$= \mathbf{-42x + 39y}$

＊ −の分配でミスしないように注意！

授業動画		質問メモ	

[Q] 分数の多項式の計算は？ 優先(ゆうせん)1

[A]

分数の項式の足し算や引き算では、まず通分して１つの分数にすると、計算ミスしにくいです。

(例) $\frac{3x+5y}{2} - \frac{x-2y}{3} = \frac{3(3x+5y)-2(x-2y)}{6}$

$$= \frac{9x+15y-2x+4y}{6} = \frac{\mathbf{7x+19y}}{\mathbf{6}}$$

シッカリ慣れていきましょう！

[例] 次の計算をしよう。 $\frac{5x-3y}{4} - \frac{-x+2y}{3}$

[解答]

(与式)$= \frac{3(5x-3y)-4(-x+2y)}{12} = \frac{15x-9y+4x-8y}{12}$

$= \frac{\mathbf{19x-17y}}{\mathbf{12}}$

＊ 分解して分数どうしの計算でやる方法もあるけど、まず通分の方が計算ミスは起こりにくい。

授業動画		質問メモ	

[Q] 複雑な分数多項式の計算は？ 優先(ゆうせん)2

[A]

分数の項式の足し算や引き算では、まず通分して１つの分数にすると、計算ミスしにくいです。特に、$\frac{3}{2}A=\frac{3A}{2}$ とする変形は、よく使います。

(例) $\frac{2}{3}(2a-b)-\frac{1}{4}(-a+3b)$

$=\frac{2(2a-b)}{3}-\frac{(-a+3b)}{4}=\frac{8(2a-b)-3(-a+3b)}{12}$

$=\frac{16a-8b+3a-9b}{12}=\mathbf{\frac{19a-17b}{12}}$

これも慣れていきましょう！

[例] 次の計算をしよう。

(1) $\frac{1}{2}(3a-5b)-\frac{2}{3}(-2a+b)$

(2) $3a-4b-\frac{a-5b}{2}$

[解答]

(1) (与式) $=\frac{(3a-5b)}{2}-\frac{2(-2a+b)}{3}$

$=\frac{3(3a-5b)-4(-2a+b)}{6}=\frac{9a-15b+8a-4b}{6}=\mathbf{\frac{17a-19b}{6}}$

(2) (与式) $=\frac{3a-4b}{1}-\frac{a-5b}{2}=\frac{2(3a-4b)-(a-5b)}{2}$

$=\frac{6a-8b-a+5b}{2}=\mathbf{\frac{5a-3b}{2}}$

＊ 分解して分数どうしの計算でやる方法もあるけど、まず通分の方が計算ミスは起こりにくい。

授業動画		質問メモ	

[Q] 分数多項式を分解して計算するには？ 優先(ゆうせん)2

[A]

分数の項式の足し算や引き算は、分解して計算する方法もあります。

(例) $\frac{2}{3}(2a-b)-\frac{1}{4}(-a+3b)=\frac{4}{3}a-\frac{2}{3}b+\frac{1}{4}a-\frac{3}{4}b$

$=\frac{16}{12}a+\frac{3}{12}a-\frac{8}{12}b-\frac{9}{12}b=\mathbf{\frac{19}{12}a-\frac{17}{12}b}$

[例] 次の計算をしよう。

(1) $\frac{1}{2}(3a-5b)-\frac{2}{3}(-2a+b)$

(2) $-4a+2b-\frac{5a-b}{3}$

[解答]

(1) (与式) $=\frac{3}{2}a-\frac{5}{2}b+\frac{4}{3}a-\frac{2}{3}b$

$=\frac{9}{6}a+\frac{8}{6}a-\frac{15}{6}b-\frac{4}{6}b=\mathbf{\frac{17}{6}a-\frac{19}{6}b}$

(2) (与式) $=-4a+2b-\frac{5}{3}a+\frac{1}{3}b$

$=-\frac{12}{3}a-\frac{5}{3}a+\frac{6}{3}b+\frac{1}{3}b=\mathbf{-\frac{17}{3}a+\frac{7}{3}b}$

＊ とりあえず「まず通分して１つの分数にする方法」ができれば、OK です。

授業動画		質問メモ	

[Q] 式の値を求めるには？ 優先(ゆうせん)1

[A]

式の値を求めるには、できるだけ整理してから代入すれば、楽チンです。

(例) $a=2, b=-3$のとき、$4(a-2b)-5(a-3b)$の値は…

$4(a-2b)-5(a-3b)=4a-8b-5a+15b$

$=-a+7b$なので、 $a=2, b=-3$を代入して、

$-2+7\times(-3)=-2-21=\mathbf{-23}$

これまで身につけた計算がホントに大切です！

[例] $x=-6, y=3$のとき次の式の値を求めよう。

(1) $-2(-x+3y)+5(2x+y)$

(2) $-2x^3y^4\div(-3y)^2\div 6x^2$

[解答]

(1) (与式)$=12x-y$より、

$x=-6, y=3$を代入して

$12\times(-6)-3=\mathbf{-75}$

(2) (与式)$= -\frac{xy^2}{27}$より、

$x=-6, y=3$を代入して　$-\frac{-6\times3^2}{27} = \mathbf{2}$

＊ イキナリ代入は大変なので、やめときましょう。

授業動画		質問メモ	